

ויקח יעקב אבן

לח ויבש

בימי המקרא המשנה והתלמוד, כמו גם היום, נהוג היה להשתמש במידות שונות לנפח נוזלים (כגון מים, יין ושמן) ולנפח דברים יבשים (כגון קמח, זרעונים, ופירות). בימינו בד"כ מודדים נוזלים בליטרים ודברים יבשים במטרים מעוקבים. למרות שאלף ליטרים שווים בדיוק למטר מעוקב אין אנו נוהגים לקנות חלב בסנטימטרים מעוקבים או למדוד נפח חדר בליטרים. בימי התנ"ך והמשנה מידת הנפח הבסיסית, הן לנוזלים והן ליבשים, היתה הכור (הנקרא *חומר במקרא*) השווה בערך 250 ליטר (לפי החזון איש בערך 430 ליטר). לגבי נוזלים (*מידות הלח*) חילקו את הכור לששים הין, ואת ההין לשנים עשר לוג. לגבי דברים שאינם נוזלים (*מידות היבש*) חילקו את הכור לעשר איפות, ואת האיפה לשלוש סאות, כך שהכור שווה לשלושים סאה.

ארבעים סאה

נפח חשוב לגבי נוזלים הינו ארבעים סאה (בערך 330 ליטר, ולפי החזון איש 573 ליטר); למשל, ארבעים סאה הינו כמות המים המינימלית למקווה טהרה.

לְמַעַלְהָ מֶהוּ, מִקְוֵה שְׁיֵשׁ בּוֹ אַרְבָּעִים סָאָה, שָׁבוּ טוֹבְלִין וּמִטְבִּילִין.
משנה מקוואות פרק א' משנה ז'

בגמרא דורשים שיעור זה מתוך הנאמר בתורה לגבי הטובל כדי להיטהר:

וְרַחֵץ בַּמַּיִם אֶת כָּל בְּשָׁרוֹ וְטָמֵא עַד הָעֶרֶב ויקרא ט"ו ט"ז

וכך דורשים:

במים - במי מקוה. כל בשרו - מים שכל גופו עולה בהן. וכמה הן? אמה על אמה ברום ג' אמות, ושיערו חכמים מי מקוה מ' סאה. עירובין ד: (ודומה לו עירובין י"ד:)

כלומר, במקווה חייב להיות לפחות מקום לאדם בעל גובה שלוש אמות לעמוד, כלומר שלוש אמות מעוקבות. אם ניקח אמה להיות 48 סנטימטר, יוצא שמקווה מינימלי מכיל בערך 330 ליטרים מים.

בנוסף, ארבעים סאה הינו הנפח המירבי של כלי.

כלי עץ, כלי עור, כלי עצם, וכלי זכוכית - פשוטיהן, טהורין ומקבליהן, טמאין. נשברו טהרו חזר ועשה מהן כלים, מקבלין טומאה מכאן ולהבא. השידה, והתיבה, והמגדל, כוורת הקש, וכוורת הקנים, ובור ספינה אלכסנדריה - שיש להן שוליים, והן מחזיקין ארבעים סאה בלח, שהן כוריים ביבש - הרי אלו טהורין. ושאר כל הכלים, בין מקבלין, בין שאינן מקבלין - טמאין, דברי רבי מאיר. רבי יהודה אומר, דרדור עגלה, וקוסטת המלכים, ועריבת העבדנין, ובור ספינה קטנה, והארון, אף על פי שהם מקבלין - טמאין, שאינן עשויין להיטלטל אלא במה שבתוכן. ושאר כל הכלים, המקבלין - טהורין, ושאינן מקבלין - טמאין. אין בין דברי רבי מאיר לדברי רבי יהודה, אלא עריבת בעל הבית. משנה כלים פרק ט"ו משנה א'

מסכת כלים דנה בטומאת כלים, ולכן במסגרתה יש צורך להבהיר במדוייק מהו כלי. המשנה שלפנינו דנה בחפצים העשויים מעץ, מעור, מעצם, ומזכוכית, ומתבססת על הפסוק:

וְכָל אֲשֶׁר יִפֹּל עָלָיו מֵהֶם בְּמַתָּם יִטְמָא, מִכָּל כְּלֵי עֵץ אוּ בָּגָד אוּ עוֹר אוּ שֵׁק, כָּל כְּלֵי אֲשֶׁר יַעֲשֶׂה מִלְּאֲכָה בְּהֶם, בְּמִים יוֹבֵא וְטָמֵא עַד הָעָרֵב וְטָהַר. ויקרא י"א ל"ב

והמשנה מספקת דוגמאות של חפצים שהינם כלים וכאלה שאינם כלים. חומר גלם לא מעובד (כגון חתיכות עץ, או בלשון המשנה פשוטי עץ) שעדיין אין אפשרות לעשות בו מלאכה, אינו בגדר כלי, ועל כן אינו מקבל טומאת כלים. חפץ שיש לו בית קיבול, כלומר עשוי להכיל נוזל או דברים יבשים, הינו בד"כ כלי. כמו כן דבר שהיה כלי ונשבר ועכשיו אינו יכול לשמש למלאכה במצבו הנוכחי, אינו בגדר כלי המקבל טומאת כלים עד שיתוקן ויוכשר לשימוש.

ואולם, יש מגבלות נוספות לכלים. אין הדבר מוסבר כאן אבל כל המחובר לקרקע (חוץ מתנור וכיריים המוזכרים באופן מפורש בתורה) אינם כלים ואינם מקבליים טומאה. משנתנו דנה בחפצים גדולים שאינם מחוברים לקרקע, ונוקבת בגודל מירבי, שמעליו חפץ אינו כלי מפאת גודלו.

דרשו מגבלה זאת מאותו פסוק שציטטנו לעיל:

כלי עץ העשוי לנחת הוא, וכל כלי עץ העשוי לנחת אין מקבל
טומאה! מאי טעמא? דומיא דשק בעינו. מה שק מטלטל מלא
וריקן, אף כל מטלטל מלא וריקן בבלי מנחות צ"ו:

“עשוי לנחת” פירושו שלא ניתן להגביה אותו. כלי חייב להיות חפץ שניתן
לטלטל אותו, אפילו כאשר הוא מלא. חפצים גדולים מדי, כגון תיבה או שידה
בעלות נפח מעל ארבעים סאה, אינם בגדר כלי. לשם פשטות, מכאן והלאה
נדבר על תיבה, אבל כוונתנו לכל חפץ גדול בעל בית קיבול העשוי להחזיק לח
או יבש.

וכך מסביר הרמב"ם בשפתו הפשוטה:

כל כלי עץ העשוי לנחת אפילו אינו מקבל אלא דבר מועט אינו
מקבל טומאה לא מן התורה ולא מדברי סופרים. וכל כלי עץ
העשוי להתלטל מלא וריקן כשק, אפילו היה מחזיק מאה
סאה ואף על פי שיש לו שוליים, הואיל ואינו עשוי לנחת הרי זה
מקבל טומאה מדין תורה כשאר כלי קיבול. וכל כלי עץ שהוא
סתם אם היו לו שוליים לישוב עליהם על הקרקע כדי שלא יהא
נוח להתגלגל, והיה מחזיק ארבעים סאה בלח שהן כוריים
ביבש, אינו מקבל טומאה כלל לא מן התורה ולא מדברי
סופרים, מפני שחזקתו שעשוי לנחת. ודברים אלו דברי קבלה הן
מפי השמועה למדו - מה שק שהוא מתלטל מלא וריקן, אף
כלי עץ לא יטמא אלא אם כן היה מיטלטל מלא וריקן, להוציא
כלי עץ העשוי לנחת. משנה תורה הלכות כלים פרק ג הלכה א

נראה שיש קשר בין ארבעים סאה כאן לבין ארבעים סאה של המקווה.
ארבעים סאה מהווה נפח המכיל בן אדם, ולא דברים המשמשים בני אדם.

לגדוש את הסאה

כפי שראינו לעיל, כור נזל שווה שלושים סאה. לכן, לפחות לגבי נזלים, נפח
של ארבעים סאה שווה לכור ועוד שלישי הכור. למרות קביעה זאת, במשנה
הקודמת (וכן בעוד מספר מקומות) אנו רואים את הביטוי **ארבעים סאה בלח**,
שהן כוריים ביבש. אבל כוריים הינם ששים סאה, ולא ארבעים!

מסביר מפרש המשנה הרב קהתי:

שכל כלי מחזיק ביבש יותר מאשר בלח פי אחד וחצי על ידי הגודש. קהתי על כלים פרק ט"ו משנה א'

מקורו בהסברו של אב"י במסכת שבת:

דתנן כוורת הקש וכוורת הקנים ובור ספינה אלכסנדריה, אע"פ שיש להם שולים והן מחזיקות ארבעים סאה בלח שהן כוריים ביבש, טהורים. אמר אב"י - שמע מינה האי גודשא תילתא הוי! תלמוד בבלי מסכת שבת ל"ה.

ומסביר רש"י את דברי אב"י:

לח. אין בו גודש. **שהן כוריים.** ששים סאה ביבש, שהגודש מחזיק שלישי בכלים שלהם, שהיו עשויין כים שעשה שלמה - גובהן כחצי רחבן והם עגולים. רש"י על שבת ל"ה.

כלומר, שלא כמו בנזלים, כאשר ממלאים תיבה בדברים יבשים, חלק נערם מלמעלה. לפי אב"י, יש להבין את הביטוי ארבעים סאה בלח שהן כוריים ביבש כאילו היה כתוב כך: תיבה בגודל שאפשר למלאה בארבעים סאה נזלים, ואותה תיבה עשויה להכיל ששים סאה של דברים יבשים בגלל הגודש למעלה.

בלי להתעכב, כדאי להסביר את השוני בלשון בין הרב קהתי האומר **פי אחד וחצי** לעומת אב"י ורש"י האומרים שהגודש הינו **שליש** (תילתא). בימינו מקובל לנקוט בשיטת מלגו (מבפנים), בה ההפרש של 20 סאה בין תכולת השידה בלח (40 סאה) לבין תכולתה ביבש (60 סאה) נחשבות לתוספת של חצי מעל לארבעים הסאה. בימי התלמוד היה מקובל יותר לנקוט בשיטת מלבר (מבחוץ), בה 20 הסאה נחשבות כשליש מתכולת השידה ביבש (60 סאה).

ברור מעל לכל ספק שכוונת אב"י להערמת היבש מעל לכלי. המילה **גודש** קרובה למילה **גדיש** שפירושה ערימה, ולכן **לגדוש** פירושו לעשות ערימה.

מקום שנהגו ... למחוק לא יגדוש, לגדוש לא ימחק.
בבא בתרא פרק ה' משנה י"א

כל המידות שהיו במקדש היו נגדשות. מנחות פרק ט' משנה ה'

והביטוי "לגדוש (להגדיש) את הסאה" קרוב לענייננו:

רבי אליעזר אומר בו ביום גדשו את הסאה. רבי יהושע אומר בו ביום מחקו אותה. ירושלמי שבת פרק א' הלכה ד'

יש כמה בעיות בהסבר אביי. הראשונה היא לשונית. קשה להבין איך הביטוי **שהן כוריים ביבש** משמעו שהתיבה מכילה כמות גדולה יותר ביבש מאשר בלח. אם זאת הכוונה, היה צריך להיות כתוב **והיה מחזיק ארבעים סאה בלח או כוריים ביבש** כי לא ארבעים הסאה הן כוריים, אלא אותה תיבה מחזיקה כמות גדולה יותר של יבש!

בעיה אחרת היא קביעת יחס קבוע בין הגודש לבין תכולת התיבה. ברור שנפח התיבה היא שטח החלק העליון של התיבה כפול גובה התיבה, ואילו נפח הגודש אינו תלוי בגובה התיבה!

לכן, לתיבה גבוהה וצרה הגודש תהיה קטן מאד, ולא יכול להגיע לחצי תכולת התיבה, ואילו לתיבה רחבה ונמוכה הגודש יהיה גדול מאד, ועשוי לעלות על חצי תכולת התיבה.

רש"י הרגיש בבעיה זאת בקביעת אביי והסביר שמדובר בתיבות **שהיו עשויין כים שעשה שלמה - גובהן כחצי רחבן והם עגולים**. מקורו בגמרא במסכת עירובין.

תניא רבע חייא : ים שעשה שלמה היה מחזיק מאה וחמישים מקוה טהרה. מכדי, מקווה הוי ארבעים סאה, כדתניא "ורחץ את בשרו במים" במי מקוה! כל בשרו - מים שכל גופו עולה בהן. וכמה הן? אמה על אמה ברום שלש אמות. ושיערו חכמים מי מקוה ארבעים סאה. כמה הוו להו? חמש מאה גרמידי, לתלת מאה מאה, למאה וחמשין חמשין, בארבע מאה וחמשין סגיא! הני מילי בריבועא, ים שעשה שלמה עגול היה. מכדי, כמה מרובע יתר על העגול - רביע, לארבע מאה - מאה, למאה - עשרים וחמשה, הני מאה ועשרים וחמשה הוו להו! תני רמי בר יחזקאל : ים שעשה שלמה שלש אמות תחתונות מרובעות ושתים עליונות עגולות. נהי דאיפכא לא מצית אמרת, דשפתו עגול כתיב, אלא אימא חדא! לא סלקא דעתך, דכתיב "אלפים בת יכיל", בת כמה הויא - שלש סאין, דכתיב "מעשר הבת מן הכור". דהוה להו שיתא אלפי גריוי. והא כתיב "מחזיק בתיים שלשת אלפים"! ההוא לגודשא. אמר אביי שמע מינה : האי גודשה תלתא הוי. ותנן נמי : שידה תיבה ומגדל, כוורת הקש, וכוורת הקנים, ובור ספינה אלכסנדרית, אע"פ שיש להן שולים והן מחזיקות ארבעים סאה בלח, שהן כוריים ביבש, טהורין. מסכת עירובין י"ד. עד י"ד:

הים שעשה שלמה המלך היה עגול (לפחות למעלה) ובעל קוטר עשר אמות, וגובהו חמש אמות. אילו היה הים בצורת גליל פשוט היה נפחו שטח המעגל (בערך שלוש פעמים חמש אמות בריבוע) כפול הגובה, כלומר 375 אמות מעוכבות דהיינו 125 פעמים ארבעים סאה; אבל משום שהיה גליל המורכב על גבי תיבה נפחו היה 450 אמות מעוכבות שהן 150 פעמים ארבעים סאה. ורש"י חוזר על דבריו גם כאן:

שהן כוריים בניבש. שאדם יכול לגדוש אלמא גודשא תילתא ובכלי שגובהו כחצי ארכו ורחבו קאמר כים. רש"י על עירובין י"ד:

נגדשים ועולים

לפי אב"י, נפח הגודש של הים של שלמה הינו 225 אמות מעוכבות, כלומר 75 פעמים ארבעים סאה. האם נוכל לבדוק זאת?

רש"י מוסר לנו שכל כליהם היו עגולים, אבל אין צורך בהנחה מרחיקה זאת. כי נוסחת הנפח של כל גודש – בין שצורת הגודש חרוט (קונוס בעל חתך מעגלי), פירמידה משולשת, פירמידה מרובעת, או כל צורה אחרת – היא זהה. נפח כל צורת גודש הינו תמיד שלישי שטח הבסיס כפול הגובה. (אפשר להראות זאת מחשבון אינטגרלי בשני תנאים: 1. לכל גובה צורת החתך נשמרת, 2. הצלעות הן קווים ישרים.)

הגובה של הגודש מושפע מזווית המנוחה של החומר הגדוש, כלומר הזווית מבסיס הגודש עד לקודקודו. זווית זאת תלויה בצורת העצמים או חלקיקים הבסיסיים, ומידת ההידיבקות ביניהם. זווית המנוחה של ערימת גרעיני חיטה הינה 27 מעלות, של ערימת חול יבש 34 מעלות, ושל קמח 45 מעלות. אם מערימים כדורים זהים בצורת פירמידה הזווית הינה 45 מעלות. ברוב המקרים אפשר להניח שזווית המנוחה נעה בין 25 ל 45 מעלות.

כדי לתת נוסחה מפורשת, נגדיר:

H גובה הכלי (תיבה או גליל)

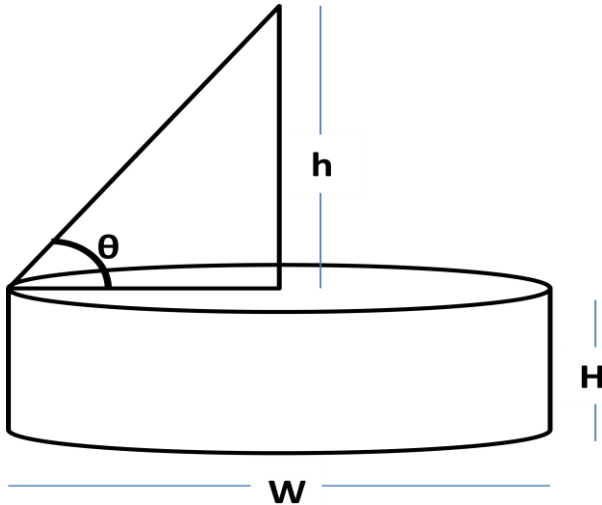
h גובה הגודש

W צלע כלי מרובע או קוטר של כלי גלילי

A שטח הפתח העליון של הכלי (W^2 π לכלי גלילי, ו W^2 לתיבה)

Θ זווית המנוחה

ונבהיר ע"י ציור:



היחס בין נפח הגודש לבין נפח הכלי הינו תמיד

$$h = \frac{w}{2} \tan \theta \quad \text{כאשר} \quad \frac{\frac{1}{3} A h}{A H} = \frac{1}{3} \frac{h}{H}$$

ולכן יחס הנפחים תלוי בזווית המנוחה θ וביחס רוחב לגובה $\frac{w}{H}$

$$\frac{1}{6} \frac{w}{H} \tan \theta$$

כאשר היחס בין רוחב לגובה הינו 2 (כדברי רש"י) יחס הנפחים נע בין בערך 16 אחוז עבור זווית מנוחה של 25 מעלות, לבין שלישי (מלגו!) עבור זווית מנוחה של 45 מעלות ואינו מתקרב כלל ל 0.5 המצופה מדברי אב"י. רק כאשר יחס הרוחב לגובה הינו 3 או יותר אפשרי לקיים את דברי אב"י.

ולא זו בלבד שאין אפשרות לקיים את דברי אב"י ביחס רוחב לגובה של הים של שלמה, בנוסף קשה להניח שכל כליהם היו ביחס זהה, ושיחס זה כל כך גדול. בחיי יום-יום יש שימוש תדיר בתיבות ושידות בעלי יחסים שונים, ואף כאלו שרוחבם קטן מגובם!

נפח ומשקל

לולא דברי אביי בעניין הגודש, יכולנו להבין את הביטוי **ארבעים סאה בלח**,
שהן כוריים ביבש בצורה אחרת לגמרי.

במסכת סוטה דנו באבנים שלקח יהושע מהירדן:

וַיֹּאמֶר ה' אֵל יְהוֹשֻׁעַ לֵאמֹר. קָחוּ לָכֶם מִן הָעַם שְׁנַיִם עָשָׂר אַנְשִׁים,
אִישׁ אֶחָד אִישׁ אֶחָד מִשֶּׁבֶט. וְצִוּוּ אוֹתָם לֵאמֹר: שְׂאוּ לָכֶם מֵזֶה
מִתּוֹךְ הַיַּרְדֵּן מִמַּצֵּב רַגְלֵי הַכְּהֻנִּים הַכִּין שְׁתֵּים עָשָׂר אַבְנִים,
וְהַעֲבַרְתֶּם אוֹתָם עִמָּכֶם, וְהִנַּחְתֶּם אוֹתָם בְּמַלּוֹן אֲשֶׁר תִּלְיֵנוּ בּוֹ
הַלַּיְלָה. וַיִּקְרָא יְהוֹשֻׁעַ אֶל שְׁנַיִם הָעָשָׂר אִישׁ אֶשֶׁר הַכִּין מִבְּנֵי
יִשְׂרָאֵל, אִישׁ אֶחָד אִישׁ אֶחָד מִשֶּׁבֶט. וַיֹּאמֶר לָהֶם יְהוֹשֻׁעַ: עֲבְרוּ
לִפְנֵי אַרְוֹן ה' אֱלֹהֵיכֶם אֶל תּוֹךְ הַיַּרְדֵּן, וְהָרִימוּ לָכֶם אִישׁ אֶבֶן אַחַת
עַל שִׁכְמוֹ, לְמִסְפַּר שְׁבֵטֵי בְנֵי יִשְׂרָאֵל. לְמַעַן תִּהְיֶה זֹאת אוֹת
בְּקִרְבְּכֶם, כִּי יִשְׁאַלּוּ בְּנֵיכֶם מָחָר לֵאמֹר מָה הָאַבְנִים הָאֵלֶּה לָכֶם.
וַאֲמַרְתֶּם לָהֶם: אֲשֶׁר נִכְרְתוּ מִיַּמֵּי הַיַּרְדֵּן מִפְּנֵי אַרְוֹן בְּרִית ה'
בְּעַבְרוֹ בַּיַּרְדֵּן, נִכְרְתוּ מִי הַיַּרְדֵּן, וְהָיוּ הָאַבְנִים הָאֵלֶּה לְזָכְרוֹן לְבְנֵי
יִשְׂרָאֵל עַד עוֹלָם. 'יהושע פרק ד' פסוקים ב'-ז'

ונאמר שם:

אמר רבי יהודה אבא חלפתא ורבי אליעזר בן מתאי וחנניא בן
חכינאי: עמדו על אותן אבנים ושיערום כל אחת ואחת שקולת
כארבעים סאה. וגמירי דטעונא דמדלי איניש לכתפיה תילתא
דטעוניה הוי. סוטה ל"ד.

אפשר להבין את הביטוי **שקולת ארבעים סאה** כקביעה שכל אבן שקולה,
כלומר שווה בנפחה, לארבעים סאה. לחילופין אפשר להבין שכל אבן שוקלת
ארבעים סאה. האפשרות השנייה מסתדרת היטב גם עם הדין הקודם בגמרא
בעניין משקל סגולי של מים מול זה של אנשים:

אמר לו ר' אלעזר ברי' שמעון: לדבריך אדם קל או מים קלים?
הוי אומר מים קלים. אם כן באין מים ושוטפין אותן! אלא
מלמד שהיו מים נגדשין ועולין, כיפין על גבי כיפין, יתר משלש
מאות מיל, עד שראו אותן כל מלכי מזרח ומערב. סוטה ל"ד.

וגם מההמשך **וגמירי דטעונא דמדלי איניש לכתפיה תילתא דטעוניה הוי**
כלומר משקל שאדם מסוגל להטעין על כתפו ללא עזרה הינו רק שלישי
המשקל שהוא מסוגל להרים אם מישהו מטעין אותו.

ואם כן ראינו שהסאה (ואפילו ליתר דיוק ארבעים סאה!) עשויה לשמש כיחידת משקל! והדבר אינו מפתיע. בימי הקדמונים אפשר היה לשקול דברים קלים ע"י השוואתם למשקולות ע"י מאזניים, אבל לא היתה דרך לשקול בצורה ישירה דברים גדולים. ולכן העריכו משקל מתוך נפח.

אנחנו מוצאים מחלוקת בין אב"י לבין רבא בעניין חשיבות ההבדל בין משקל לבין נפח.

מתני' השוכר את החמור להביא עליה חטין והביא עליה שעורין - חייב; תבואה והביא עליה תבן - חייב; מפני שהנפח קשה כמשאוי. ... **גמ'** איתמר: אב"י אמר קשה כמשאוי תנן, רבא אמר קשה למשאוי תנן. אב"י אמר קשה כמשאוי תנן - נפחא כי תקלא, ואי מוסיף שלשה קבין חייב. רבא אמר קשה למשאוי תנן - תקלא כי תקלא ונפחא הוי תוספת. בבא מציעא פ.

המשנה קובעת שכאשר שוכרים חמור להעמיס עליו סוג מסויים של משא ובפועל השוכר מעמיס עליו דבר קשה יותר, השוכר חייב בנזקי החמור. המחלוקת בין אב"י לבין רבא הינה בטיב העמסת היתר.

אב"י גורס במשנה "קשה כמשאוי" ומפרש שנפח עודף קשה לחמור כמו משקל עודף (נפחא כי תקלא). ולכן, גם בשעורים בעלי משקל סגולי נמוך אין לעבור את הנפח שהוסכם גם אם לא עוברים את המשקל שהוסכם. רבא גורס במשנה "קשה למשאוי" ומפרש שהתכונה הקובעת היא המשקל (תקלא), ואם השוכר אינו עובר את המשקל המותר לו, אין לחייבו בנזקי החמור.

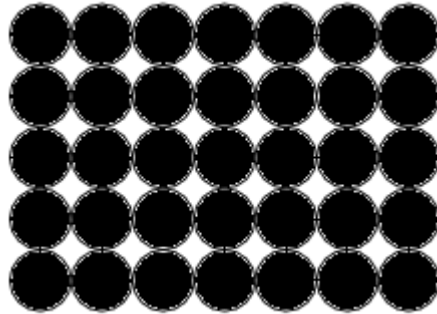
אם כן, עיקר המחלוקת מסבה על איזה תכונה מעידה יותר על גודל – נפח או משקל. אב"י קובע שמשוהו בעל נפח גדול נקרא גדול, ואילו רבא סובר שמשוהו בעל משקל רב הינו גדול.

נחזור להגדרת כלי. אב"י לשיטתו סובר שנפח פנים הכלי קובע – תיבה המכילה נפח עצום לא יכולה להיחשב כלי. לכן נאלץ אב"י להבין את ההבדל בין לח ליבש כנובע מתכונת היבש שניתן לגודשו, ואז ישנו נפח שאינו בפנים התיבה.

לו היינו שומעים את רבא כאן הוא היה אומר שתיבה גדולה מדי להיחשב כלי כאשר היא יכולה להכיל בתוכה משקל רב מדי – בין שמשקל זה לח או יבש.

נפח קשה למשאוי

איך אפשר להסביר את ההבדל בין לח ליבש לפי שיטת רבא? קיים הבדל מהותי בין נוזלים לבין דברים יבשים – נוזל ממלא את פנים הכלי ואילו עצמים יבשים אינם ממלאים לגמרי ומשאירים חורי אוויר.



בגלל חורי האוויר, קשה להעריך את סך הנפח האמיתי שתופסים אוסף של דברים יבשים כגון פרות בתיבה. דרך מוכרת להעריך נפח אמיתי ללא חורי אוויר הינו ע"י ניצול עיקרון ארכימדס. ארכימדס היה מדען יווני שגילה דרך להעריך נפח של עצמים בעלי גיאומטריה מורכבת. מספרים שביקשו מארכימדס לוודא שכתר מסויים היה מזהב טהור; ארכימדס ידע את המשקל הסגולי של זהב טהור (ביחידות מורניות – 19.28 גרם לסמ"ק) וכן היה לשקול את הכתר, אבל לא ידע למצוא את נפחו המדוייק. יום אחד כאשר היה באמבטיה הוא שמ לב שגוף הטבול במים טופס את מקום הנפח שלו ולכן דוחה נפח מים השווה לנפחו. כך שאם ישים את הכתר בכלי מלא מים, יישפכו מים החוצה בעלי נפח הכתר. כך לדוגמא אם משקל הכתר היה 482 גרם אזי נפחו חייב להיות 25 סמ"ק – אחרת אינו זהב טהור.

ארכימדס חי יותר מ-400 שנה לפני חתימת המשנה, ובאמת אנו מוצאים ידיעת עיקרון ארכימדס במשנה.

כביצה שאמרו, לא גדולה ולא קטנה, אלא בינונית. רבי יהודה אומר: מביא גדולה שבגדולות וקטנה שבקטנות, ונותן לתוך המים, וחולק את המים. אמר רבי יוסי: וכי מי מודיענו איזו היא גדולה ואיזו היא קטנה? אלא הכול לפי דעתו של רואה.
משנה כלים פרק י"ז משנה ו'

ר' יהודה אומר: מביא גדולה שבגדולה או קטנה שבקטנות, ומביא כוס מלא מים, ומביא אוכלין שאינן בולעין, ונותן לתוכו עד שיחזרו המים לכמות שהיו, וחוזרן וחולקן. אמר לו רבי יוסי: אף את נתתה שיעור לשיעורין! וכי מי מודיעני איזו גדולה איזו קטנה? אלא הכל לפי דעתו של רואה! תוספתא כלים מציעא ו' ד'

הבעיה היא להעריך את הנפח של ביצה ממוצעת. ר' יהודה מציע להכניס את הביצה הקטנה ביותר והגדולה ביותר שהוא יכול למצוא לתוך כלי מים מלא, למדוד את נפח המים הנשפכים, ולקחת חצי מנפח זה כנפח ביצה ממוצעת. בימינו נפח ממוצע של ביצה הוא כ 60 סמ"ק; הערכת הרמב"ם הינו שביצה ממוצעת היא בערך 50 סמ"ק ושל החזון איש בערך 100 סמ"ק.

רש"י מנצל את עקרון ארכימדס בהסבר סוגיה קשה המופיע שלוש פעמים בתלמוד.

גפן כדי רביעית יין לנזיר בבלי ברכות מ"א. עירובין ד'. סוכה ו'.

גפן. מה שיערו בו? **כדי רביעית יין** בשאר איסורי נזיר דאיכא למאן דאמר במסכת נזיר (דף לד:) דחרצנים ולולבין ועליו מצטרפין לשיעור רביעית יין, שאם יתנם לכוס מלא יין עד שיצא ממנו רביעית יין. ואין דומה המשער בכוס מלא מים למשער ביין, משום דיין עב הוא ואינו ממהר לצאת - אלא נברץ ונגדש על שפת הכוס יותר מן המים. רש"י סוכה ו'.

מדובר באיסור הנזיר לשתות יין ולאכול "כל אשר יצא מגפן היין מחרצנים עד זג". כאן נאמר (בניגוד לנקבע במסכת נזיר) ששיעור האיסור הינו רביעית, כלומר נזיר ששתה פחות מרביעית לא עבר על איסור שתיית יין. במסכת נזיר קבעו שהשתייה והאכילה מצטרפות, ולכן יש צורך לדעת איך למדוד נפח של חרצנים ביחידות רביעית, כדי לצרף את החרצנים שאכל ליין ששתה.

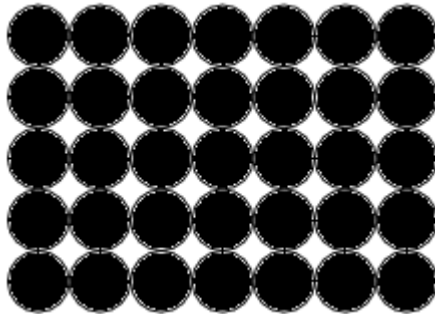
רש"י מציע שימוש בעקרון ארכימדס. מכניסים חרצנים לכוס מלאה יין עד שנשפך החוצה רביעית. למה צריכים להשתמש בכוס מלאה יין ולא מים? משום שהיין בעל צמיגות גדולה יותר ולכן נשפך החוצה פחות ממים.

מדרש רבא

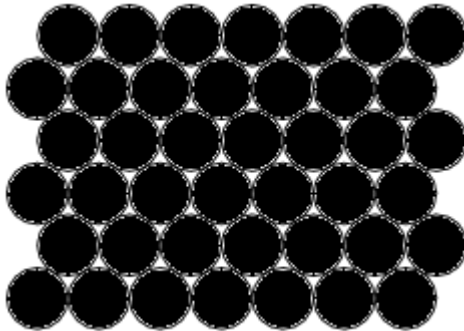
נחזור לעניין הערכת הנפח האמיתי של דברים יבשים (בלי חורי האוויר). בגלל חורי האוויר בין הפירות, אם נמלא תיבה בפירות בעלי משקל סגולי השקול למים, התיבה תשקול פחות מאשר אותה תיבה מלאה במים. לחילופין, אם ניקח פירות השוקלים אותו משקל של המים הממלאים תיבה, נצטרך תיבה גדולה יותר להכילם.

כמה יותר? הדבר תלוי בצורת הפירות. לצורך הפשטות נניח שמדובר בפירות (כגון תפוזים) שהינם כדורים מושלמים לא דחיסים וכולם בעלי בדיוק אותו גודל.

מחישובים גיאומטריים ישירים אפשר להראות שאם מסדרים כדורים זהים אחד על השני (כמו בתמונה הבאה אבל בשלושה מימדים) ממלאים בערך חצי (ליתר דיוק 52%) מנפח התיבה (48% מנפח התיבה הינו אוויר).



לעומת זאת אם מסדרים בקפדנות בצורה היעילה ביותר (כמו בתמונה הבאה אבל בשלושה מימדים) אזי ממלאים בערך $3/4$ (ליתר דיוק 74%) מנפח התיבה (מצב הנקרא אריזה צפופה).



אם זורקים כדורים זהים באקראי לתוך תיבה (אריזה אקראית), אפשר למצוא שאחוז המילוי יהיה בין שני מקרים אלה – בערך שני שלישי ($2/3$) מנפח התיבה. כלומר, כשליש מנפח התיבה מתבזבז בחורי האוויר.

ולכן אם ניקח שתי תיבות בעלות אותו משקל, אחת מלאה בתפוזים חתוכים כך שיש נוזל עם קליפות בפנים, ואחת מלאה בתפוזים שלמים כדוריים, תיבת התפוזים השלמים תהיה בהכרח בעלת נפח גדול יותר פי $3/2$ מתיבת הנוזלים, כלומר גדול בחצי (מלגו)!

בפרט, אם תיבת הנוזלים הינה בעלת נפח ארבעים סאה, תיבת השלמים תהיה בעלת נפח ששים סאה (כוריים), ומתוכו רק שני שלישי (ארבעים סאה) מנוצל, ושליש (עשרים סאה) חורי אוויר.

אם כן, אם נבין את משנתנו אליבא דרבא הקובע שהמשקל הוא הקובע, ארבעים סאה בלח (כגון נוזל או תפוזים חתוכים) שקול במשקל לששים סאה (כוריים) ביבש. משמעות המשנה היא שתיבה מלאה בנוזל בנפח ארבעים סאה או בדברים יבשים בנפח כוריים, הינה כבדה מדי להיחשב כלי.

וכך יש לקרוא את המשנה במסכת כלים: תיבה המחזיקה ארבעים סאה בלח, או תיבה המחזיקה כוריים ביבש, שתיהן כבדות מדי להיחשב כלי. לכן אינן מקבלות טומאה והינן טהורות.