

על נפלאות העיבוד הספרתי

מאת: יעקב שטיין

האם יש לכם פטיפון
בבית? לו הייתי שואל
שאלה זאת לפני עשרים
שנה, התשובה הכמעט
ודאית הייתה חיובית.
אבל היום תקליטים
הפכו לפרטי אספנות
ורובנו משמיעים מוסיקה
מתקליטוני CD. למה
התרחש מעבר מהיר כל
כך מתקליטי ויניל
לתקליטוני CD?

התשובה הישירה היא שתקליטון ה-CD יותר מוצלח מתקליט ויניל מכל הבחינות: ה-CD קטן יותר (קוטרו פחות מ-12 סמ' לעומת 30 סמ' לתקליט "ארוך-נגי"), ה-CD מכיל יותר מוסיקה (יותר משעה לעומת כחצי שעה לכל צד של תקליט); ל-CD איכות צליל טובה יותר; ל-CD רמת רעש נמוכה יותר; עלות ייצור ה-CD נמוכה יותר; ה-CD עמידה יותר בפני אבק ושריטות; ניתן לצרף למוסיקה מידע נלווה, לדוגמה שם היצירה וזמן ההשמעה.

התשובה העמוקה יותר היא שכל היתרונות שמנינו נובעים מהעובדה שהמוסיקה נרשמת ב-CD כאות ספרתי, לעומת אגירתה האנלוגית בתקליט הוויניל.

מעבר דומה ממדיום אנלוגי לספרתי התרחש או מתרחש כעת בכמעט כל התחומים. הטלפונים הסלולריים בישראל עברו משיטות אנלוגיות לספרתיות כבר מזמן. בשטח הסרטים הביתיים דוחק ה-DVD את רגלי סרט הווידיאו. שידורי טלוויזיה דיגיטליים מועברים ללקוחות הכבלים והלוויין במקום השידורים האנלוגיים שהיו מקובלים לפני כן. כמו כן אנו עדים היום לפריחתן של מצלמות דיגיטליות הנמכרות בהצלחה למרות מחירן הגבוה ביחס לאחיותיהן האנלוגיות. נראה שהפליט האנלוגי היחיד הוא הטלפון הביתי, וגם הוא נמצא באיום מכיוון העברת קול באינטרנט (VoIP).

מהו בדיוק אות ספרתי? האם הוא באמת תמיד טוב יותר מאות אנלוגי?

אותות אנלוגיים וספרתיים

כל אחד מאיתנו מומחה בקליטה ובעיבוד של אותות אנלוגיים, ותלוי בכך בחייו היומיומיים. האוזניים קולטות אותות שמע אנלוגיים, ומערכת השמיעה מנתחת אותם. העיניים רגישות לאותות אור אנלוגיים בתחום הנראה ומערכת



הראייה שלנו מעבדת את אלה. חיינו המודרניים תכויים באותות מתח חשמליים, המעבירים אלינו אנרגיה ומידע שבלעדיהם קשה לנו לתפקד. המרחב בו אנו חיים רווי אותות בתחום הרדיו שאין אנו מרגישים בהם באופן ישיר, אבל בעזרת מקלט מתאים נחוש מיד בחסרונם.

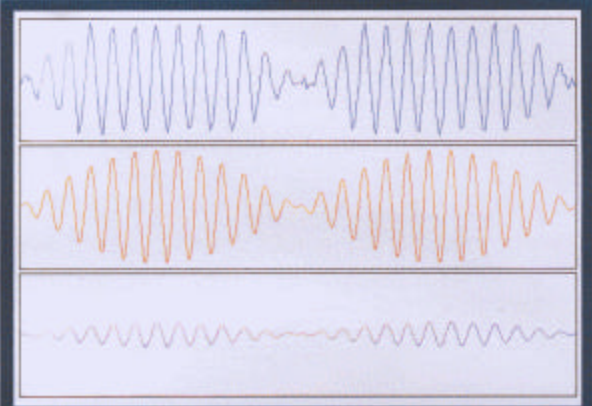
בחיינו המודרניים הפכנו להיות מומחים גם בזיהוי אותות תקשורת. כולנו מכירים מיד את הצליל הייחודי של צליל החיגוג, אות שמשמעותו שקו הטלפון תקין ומוכן לקבלת הוראות. אולי לא כולנו מודעים לכך שאות זה מורכב משני תדרים שונים (בתדרים 350 ו-440 הרץ), אבל חוסר המודעות אינה פוגמת ביכולתנו להבדיל בינו לבין צלילי החיגוגים, אותם אותות שהטלפון מוציא כאשר לוחצים על מקש (וראו: אמיר בן שלום – "איך זה עובד", גליליאו 52). כמו כן, לאחר חיגוג אין לנו בעיה להבחין בין צליל צילצול לבין צליל תפוס. כל אחד שעבד אי פעם במשרד מכיר בעל פה את סדרת הצלילים שמשמיע מכשיר פקס, למרות שרוב האוכלוסייה לא מודע לעובדה שאותות אלה הם מעין שיחת היכרות בין מכשירי הפקס אותות האיחול של מודם מוכרים היטב לבעלי מחשבים עם מודם חיגוג, אבל אפילו ילדי המחשב אינם תמיד יודעים מה טיבם של אותות אלה.

באופן מתמטי אות אנלוגי מוגדר כפונקציה רציפה של הזמן עולמנו רציף באופיו (לא נתייחס כאן לתופעות קוונטיות), ומכך נובע בהכרח שכל האותות שהזכרנו גם הם רציפים כדי שהייצוג המתמטי יתאים למצופה מאות פיזיקלי, הוא חייב להיות מוגדר היטב בכל רגע בזמן, ואינו רשאי לגדול ללא גבול כמו כן רק אותות בעלי אנרגיה סופית (אנרגיה היא מדד למשאבים הדרושים ליצור את האות) ובעלי רוחב סרט סופי (רוחב סרט הינו מדד למהירות ההשתנות של האות בזמן) ייחשבו אותות כשרים.

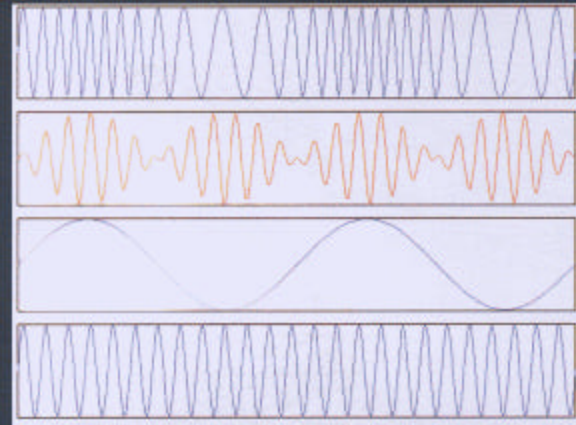
במקור, תחום עיבוד האות התבסס על בניית מעגלים אלקטרוניים ייעודיים שחוללו, זיהו, והתמירו אותות אנלוגיים דוגמה פשוטה של מעגל מעבד את היא מגבר – מעגל המגביר את עוצמתו של אות מבלי לשנות את צורתו (ראו תמונה) מעגל כזה שימושי כשיש את החלש מדי לצרכינו, כדוגמת האות החלש המופק מסרט הקלטה והזקוק להגברה משמעותית לפני השמעתו על ידי רמקולים.

עוד מעגל מעבד אותות חשוב הוא המאפן איפנון (modulation) הוא שינוי תכונותיו של אות כדי לכלול בו מידע, לדוגמה איפנון משרעת (Amplitude Modulation – AM) הוא שינוי אות הנקרא "גל נושא" בצורה התלויה בעוצמת אות שני, האות המאפן. התכונה של גל הנושא שמשנים במקרה זה היא המשרעת (אמפליטודה), דהיינו העוצמה לעומת זאת באיפנון תדר (Frequency Modulation – FM) משנים תכונה אחרת של גל הנושא – התדר.

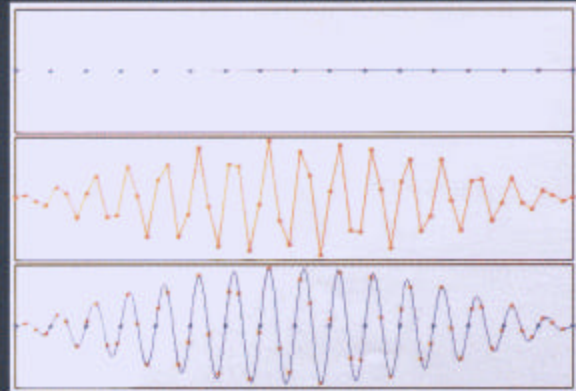
עם המצאת המחשב הספרתי הועלתה האפשרות לבצע עיבודי אות באמצעותו, למרות שמחשבים אלה מעבדים מספרים ולא אותות לשם כך צריך היה להמציא את מושג האות הספרתי (דיגיטלי), המוגדר כסדרה של מספרים באנלוגיה למקרה הרציף מכנים את אינדקס הסדרה, אותו מונה המתקדם לאורך הסדרה, "זמן בדיד" לדוגמה, ערכי מדד



השפעת המגבר על אות: האות התחתון (סגול) הוא האות המקורי, האות האמצעי (אדום) הוא האות לאחר הגברה, והאות העליון (כחול) הוא אות המתקבל מהגברה לא אידיאלית.



איפנון אמפליטודה ואיפנון תדר: האות התחתון זה שמעליו (שניהם בסגול) הם הגל הנושא והאות המאפן, בהתאמה. השלישי (האדום) איפנון המשרעת, והאות העליון (הכחול) איפנון התדר.



דגימת אות אנלוגי ליצירת אות ספרתי: האות התחתון (סגול) הוא האות האנלוגי המקורי ועליו מסומנים דגימות בשני קצבים שונים. מהדגימות בקצב הגבוה (האדומות) ניתן לשחזר את האות האנלוגי, למרות שהאינטרפולציה הנכונה אינה חיבור הנקודות בגרף האמצעי בקווים ישרים. מהגרף העליון ברור שלא ניתן לשחזר את האות על סמך הדגימות בקצב הנמוך (כחול).

באותות אחרים, אבל אינה המקור הבלעדי. יש מקורות נוספים, כגון קרינה קוסמית, וסיגים בחומרים. כאשר מדובר בייצוג של אות אנלוגי על ידי אות ספרתי נוסף גם רעש קוונטיזציה, רעש קטן הנובע מאי-הדיוק בתרגום ערכים בעלי רזולוציה לא מוגבלת למספר הסופי של ביטים בדוגם או במעבד. למרות שרעש הוא אות ככל האותות, יש לו תכונה התנהגותית ייחודית – אקראיות. גם אם נצפה באות רעש במשך זמן ממושך לא נוכל לנבא את התנהגותו של רעש בעתיד. לעומת זאת לאות שאינו רעש קיים אלגוריתם שמייצר את ערכיו, ולאחר צפייה ממושכת מספיק נדע לנבא את מהלכיו. אותות שהם סכום של אות דטרמיניסטי ורעש ניתנים לחיזוי חלקי.

תוצאות השפעת רעשים על אותות אנלוגיים וספרתיים הן שונות בתכלית. נכחנו ביתרונות ה-CD על תקליטי ויניל, בדומה לכך נערוך כאן השוואה לקלטות מוסיקה, שגם הן מדיום אנלוגי. בתחילה התגדו יצרני ה-CD לאפשרות הקלטה ביתית של תקליטוני CD.



ה-Dow Jones Industrial Average בסוף כל יום מסחר מהווים אות ספרתי, מספר ימי המסחר מאז 26/5/1896 מזוהה כזמן הבדיד, והמדדים הינם ערכי האות באותם הזמנים.

ניתן ליצור אות ספרתי בדרך של דגימת אות אנלוגי בקצב קבוע. לכאורה, אות דגום אינו מסוגל לייצג נאמנה אות אנלוגי, כי אין באות הדגום שום מידע בנוגע להתנהגות האות האנלוגי בין שתי דגימות. ברם, כבר ב-1928 גילה הפיזיקאי והמהנדס האמריקאי הארי ניקוויסט (Nyquist) את משפט הדגימה, לפיו בתנאים מסויימים מסוגל אות דגום להכיל את כל המידע הדרוש כדי לשחזר את ערכי האות האנלוגי המקורי. התנאי הוא שקצב דגימת האות האנלוגי חייב להיות יותר מפעמיים רוחב הסרט (שהוא כזכור מדד למהירות השתנות האות). ההסבר לכך ברור – כאשר דוגמים בקצב מהיר מספיק בהשוואה לרוחב הסרט, אין האות האנלוגי מסוגל להשתנות בצורה בלתי צפויה בין זמני הדגימה.

דגימת אות מאפשרת שיטות עיבוד אות משופרות לאין שיעור בהשוואת לעיבוד אות באמצעות מעגלים אלקטרוניים. השוויון כבר את פעולת המגבר האנלוגי האידיאלי למגבר המצוי. קיים קושי רב לבנות מגברים אנלוגיים טובים, אבל מגבר ספרתי מתבטא בסך הכול בהכפלת סדרת המספרים המייצגת את האות בקבוע, פעולה שניתן בדרך-כלל לבצע בצורה אמינה במחשבים ספרתיים. היתרונות של עיבודים ספרתיים מורגשים אף יותר כאשר מדובר בעיבודים מורכבים יותר. במקום לבנות לכל עיבוד דרוש מעגל אלקטרוני ייעודי, בשיטת העיבוד הספרתי של אותות ה-DSP (Digital Signal Processing) – כותבים שגרות תוכנה להפעלה על האותות הספרתיים. ניתן להריץ תוכנה זאת על מעבדים רגילים כגון אלה שבמחשב ביתי, ואכן תוכנות DSP מסויימות (כגון יישום המאפשר שיחות VoIP מהמחשב הביתי) פועלות כך. אולם, בגלל האופי של תוכנת DSP, שהיא תוכנת זמן אמת הדורשת כוח חישוב רב, יש יתרונות לשימוש במעבדים ייעודיים, המכונים מעבדי אות (Digital Signal Processors). מעבדים אלה נמצאים בטלפונים הסלולריים, במכשירי הפקס, בנגני ה-CD ו-DVD, ואף במנגנון ה-ABS במכוניות.

רעש

בעולם אידיאלי היינו יכולים לראות אותות ללא הפרעה, אבל בעולמנו הפיזיקלי תמיד מתוספים רעשים לאותות שברצוננו לעבד. מהו מקורם של הרעשים? כאשר מדובר באותות חשמליים, הרי לאלקטרונים המוליכים את הזרם יש תנועה אקראית בגלל הטמפרטורה של החומר, בכל טמפרטורה שהיא מעל לאפס המוחלט. תנועה אקראית זאת מוסיפה אקראיות לזרם המקורי. הטמפרטורה היא הגורם הנפוץ ביותר לרעשים גם

פעולה שהיתה מקובלת ביותר לגבי קלטות ההתנגדות נבעה מאיכות ההעתקה: כאשר מעתיקים קלטת מוסיקה מתוספת לאות השמע הרצוי כמות מסויימת של רעש, רעש המפריע במקצת לחוויית ההאזנה. אם נעתיק שוב מהקלטת המועתקת, לקלטת מהדור השני יהיה כפליים רעש, כי הרעש שהיה בקלטת מהדור הראשון מועבר, ובנוסף מתוסף רעש חדש. לפיכך לאחר מספר מסוים של פעולות העתקה הרעש גובר על המוסיקה המקורית.

לא כן הדבר כאשר מדובר בתקליטון CD. כאן אין אפשרות להבדיל בין תקליטון מקורי לבין תקליטון מהדור התשיעי, הרי כולם בעלי אותה איכות. היעדר הרעש אינו יכול להעיד על מושלמות תהליך ההעתקה של המדיום הפיזיקלי, כי בפעולה זאת, כמו בכל פעולה פיזיקלית, מתוספים רעשים. לא-כי, היעדר הרעש הוא תוצאה ישירה מהבדל עקרוני בין אותות אנלוגיים וספרתיים.

נניח שאות אנלוגי מסויים תמיד מקבל ערך בין אפס לאחד, אבל לפני שנוכל למדוד את ערכיו מתוסף אות רעש המקבל ערך בין -0.1 לבין $+0.1$. האות הנצפה הנמוך ביותר יתקבל כאשר האות המקורי קיבל ערך 0 והרעש היה -0.1 ולכן יהיה -0.1 , ואילו הערך הגבוה ביותר יהיה 1 ועוד 0.1 , כלומר 1.1 . נניח שברגע נתון ערכו האמיתי של האות הוא 0.5 , ולכן בפועל אנחנו נראה ערך בין 0.4 לבין 0.6 . לא נוכל לצפות את ערכו של הרעש, ולכן לא נוכל לנחש אם נראה באותו רגע נתון את הערך 0.4137 או 0.444 או 0.599 . אי ידיעה זאת היא המונעת אפשרות לבטל את הרעש שהתוסף.

יש לזכור שאות ספרתי מורכב ממספרים שניתנים לייצוג במחשב, וברמה הבסיסית ביותר – מסיביות (ביטים)

הוספת יותר ויותר רעשים לאותות אנלוגיים גורמת לירידה גוברת באיכות, בעוד שלגבי אותות ספרתיים המצב שונה. הוספת רעשים מועטים בסכיבה ספרתית אינה גורמת לירידה בביצועים, אבל כאשר הרעשים עוברים סף מסויים כל המידע אוכד באופן חד

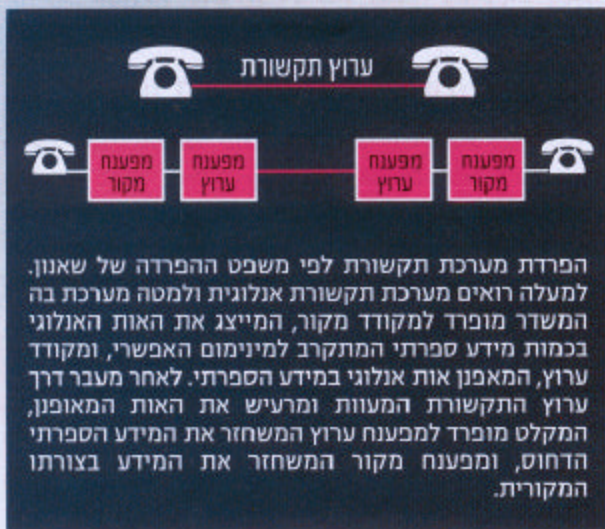
המקבלות את הערכים אפס או אחד בלבד. אין משמעות לרעש קטן המתוסף לערכים אלה, כי אין ערך ביט 0.1 או 0.9 . אמנם, בסופו של דבר הייצוג הפיזיקלי באלקטרוניקה של המחשב הוא מתח אנלוגי, נניח 0 וולט או 1 וולט, אבל ההתייחסות שלנו לכל מתח הפחות מחצי וולט יהיה כאל ערך 0, ואילו לכל מתח הגבוה מכך כערך 1. לכן הרעש האנלוגי, כל עוד הוא קטן מחצי וולט לא יגרום לטעות בשיוך המתח האנלוגי לביט המתאים.

גם אם תיפול שגיאה בערכו של ביט כתוצאה מרעש ייצוגי האנלוגי, הדבר אינו בהכרח ללא תקנה. כאשר רעש מפריע לערך אנלוגי יש אינסוף אפשרויות לערך המקורי. העובדה שיש שתי אפשרויות בלבד לערך של ביט מקנה יתרון, שכן משמעות הדבר היא שכאשר נופלת טעות בביט ונוכל לנלות זאת, התיקון



אנחנו ננתח מקרה של צד אחד המשדר מידע לכיוון צד שני הקולט אותו, אבל באופן מעשי תקשורת היא לרוב דו-כיוונית. לכן דרושים לשני הצדדים המתקשרים גם מודולטור וגם דמודולטור. מקובל לשכן את שני המתקנים בקופסה אחת, הנקראת אפוא מודם.

הוכחת הכדאיות של התקשורת הספרתית מבוססת על שלושה משפטים של שאנון. "משפט ההפרדה", מסביר שניתן להפריד כל בעיית תקשורת, מבלי לפגוע ביעילות התקשורת, לשתי בעיות בסיסיות יותר. הבעיה הראשונה היא איך לייצג מידע כלשהו בצורה ספרתית, ואילו הבעיה השנייה הינה איך להעביר מידע ספרתי ממקום למקום. פתרון הבעיה הראשונה טמון ב"משפט קידוד המקור", האומר שניתן לייצג כל מידע בצורה ספרתית באופן יעיל. להתקן המתרגם אות (אנלוגי או ספרתי) לכמות קטנה של מידע ספרתי, נקרא "מקודד מקור".



גבולות פתרון הבעיה השנייה נמצאים ב"משפט קידוד הערוץ", הקובע שלכל ערוץ תקשורת נתון מתאימה שיטה יעילה לאפן אות אנלוגי במידע ספרתי. להתקן המשדר מידע ספרתי בצורה יעילה בערוץ תקשורת נקרא "מקודד מקור". ביחד שלושת המשפטים מתארים את הדרך היעילה ביותר להעברת מידע ממקום למקום וכן לאיחסונו.

בתמונה שהבאנו כאן ניתן לראות מערכת טרום-שאנון בה שני טלפונים והערוץ ביניהם, שבמקרה זה עשוי חוטי נחושת. המיקרופון שבמכשיר הטלפון קולט את אנלוגי וממיר אותו לאות חשמלי אנלוגי מתאים. האות החשמלי העובר דרך הערוץ עובר החלשה (כך שיהיה קשה לשמוע בני שיח רחוקים), עיוות (במקרה של חוטי טלפון התדרים הגבוהים מונחתים ביחס לתדרים נמוכים, כך שבחוט ארוך גם סופרנית נשמעת כגבר) ותוספת רעש.

אם ברצוננו לשפר את איכות הצליל נוכל להגביר את האות, ובשיטות עיבוד אות אנלוגי נוכל לתקן את העיוותים, לפחות במידה מסויימת. ואולם, לא נוכל להתגבר על תוספת הרעש, ולאחר מרחק רב הקו תמיד יישמע רועש.

בחלק התחתון של התמונה מוצגת שיטה אחרת של תקשורת הפעם האות החשמלי המתאים לקול מוכנס ל"מקודד מקור",

הוא ברור – אפס שגוי הוא בהכרח אחד ולהיפך. אבל איך נדע שנפלה טעות בביט? התורה המתמטית של תיקון שגיאות מספקת פתרון לבעיה זאת. למרות שתורה זאת היא מורכבת מבחינה מתמטית, הרעיון הבסיסי פשוט: בנוסף לביטים הדרושים לייצוג האות, רושמים ביטים נוספים שכל תפקידם להגן על הביטים המשמעותיים. נניח שהיינו רושמים כל ביט שלוש פעמים, בתקווה שלא יותר מאשר אחד מבין שלושת הביטים המייצגים את אותו ערך ייפגע מרעש. דוגמה זאת ממחישה את הרעיון אבל אינה מהווה שיטה יעילה לתיקון, משום שהיא מסוגלת רק לתקן שגיאה בודדת והגנה מועטה זאת באה במחיר השלשת מספר הביטים. שיטות ישימות מנפחות את מספר הביטים בעשרות אחוזים בלבד, ומאפשרות גילוי ותיקון של מספר גדול של ביטים שגויים.

ולכן כאשר נפגע האות המופק מאזור בתקליטון CD כתוצאה מגריג אבק או שריטה, סביר שהערך הספרתי המופק יהיה נכון, למרות רעשים אנלוגיים, וגם אם נתרגם בצורה שגויה את האות האנלוגי לקידוד הספרתי, סביר ביותר שקוד תיקון השגיאות ימנע נזק כלשהו. רק כאשר מצטברות הרבה מאוד שגיאות – למשל מספר שריטות עמוקות ואבק רב, רק אז ייפלו שגיאות בערכי האות הספרתי. ראוי לציין ששגיאות אלו אינן גורמות לירידה הדרגתית באיכות השמע, אלא לאיבוד כל המידע המוקלט, עד להוצאת התקליטון מכלל שימוש.

הלקח הוא כה עקרוני עד שכדאי לחזור עליו: הוספת יותר ויותר רעשים לאותות אנלוגיים גורמת לירידה גוברת באיכות, בעוד שלגבי אותות ספרתיים המצב שונה. הוספת רעשים מועטים בסביבה ספרתית אינה גורמת לירידה בביצועים, אבל כאשר הרעשים עוברים סף מסויים כל המידע אובד באופן חד.

תקשורת ספרתית

במעבדות הנקראות על שמו של קל מנסים מאז תקופתו של ממציא הטלפון למצוא דרכים לשפר, ובעיקר להזיל, את התקשורת האלקטרונית. שם המציאו את הטרנזיסטור, הלייזר, לוויין התקשורת, ואת המודם, ושם גילה קלוד שאנון (Shannon) את עקרונות התקשורת הספרתית, עקרונות ששינו את ההיסטוריה של המיחשוב והתקשורת. לפני התגליות של שאנון, פירוש המושג תקשורת היה איפנון אות אנלוגי על-ידי אות אנלוגי אחר, והדרך היחידה להתגבר על רעשים היה להגביר את אנרגיית האות המשודר עד שהרעש ייחשב זניח. שאנון הראה שלמרות שהאות המשודר הוא לעולם אנלוגי, ואפילו אם האות שברצוננו להעביר גם הוא אנלוגי (למשל, קול אנושי בטלפון), כדאי להיעזר בתקשורת ספרתית.

משמעות המילה "כדאי" כאן היא רחבה ביותר. מערכות ספרתיות מבטיחות פחות רעשים, פחות עיוותים, יכולות להעביר יותר מידע בו-זמנית, ועשויות להיות זולות יותר ממערכות תקשורת אנלוגיות טהורות. וגם כאן, הסיבה העקרונית היא העובדה שסיבית יכולה לקבל את הערכים אפס או אחד, אך לא ערך ביניים.

התקן המאפשר העברת מידע ספרתי מכונה מודם (modem). מילה זאת מורכבת מראשי התיבות של מודולטור, דהיינו מאפנן, ודמודולטור, כלומר מתקן המשחזר את האות המאפנן

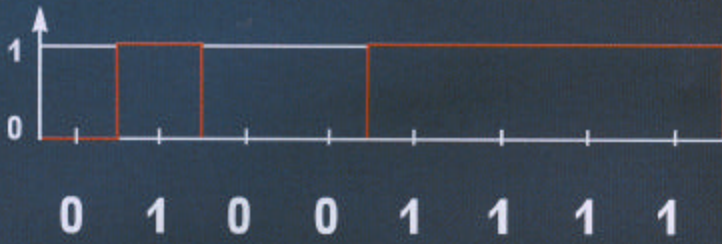
משפט קידוד הערוץ

לפי משפט קידוד הערוץ לכל ערוץ פיזיקלי "קיבולת מירבית", כלומר מגבלה על כמות המידע שניתן להעביר דרכו ביחידת זמן (הקיבולת נמדדת בביטים לשנייה), וקיבולת זאת תלויה ברעש שהערוץ מוסיף וברוחב סרט שהערוץ מסוגל להעביר. ניתן לחשוב על ערוץ תקשורת כעל צינור מים, שאין אפשרות להעביר דרכו יותר ממספר מסויים של ליטרים בכל שנייה.

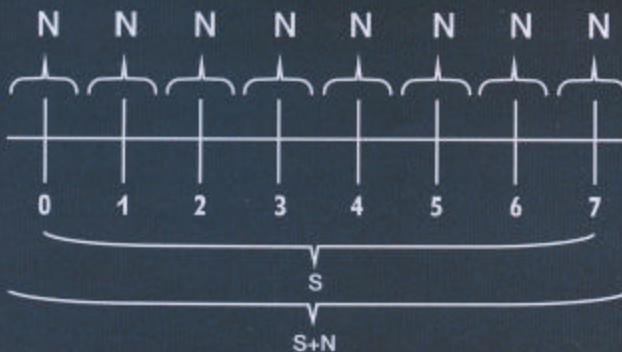
כדי להבין את רעיון המשפט נניח לרגע שיש לנו ערוץ שאינו מוסיף רעש כלשהו לאות העובר דרכו, אבל כן מגביל את קצב השתנות האותות העוברים דרכו. כלומר, אם נכניס לערוץ התקשורת אות אנלוגי המשתנה לאט, נקבלו בצדו השני של הערוץ נקי מכל רעש, אבל אם ננסה להעביר דרך ערוץ זה אות המשתנה מהר מדי, לא נראה כלום בצדו השני של הערוץ. נניח כמו כן שברצוננו להעביר כמות גדולה של מידע (לדוגמה, תוכנם של 100 ספרים) דרך הערוץ בזמן המוערי האפשרי. איך נוכל למלא את משימתנו? לפי השיטה של שאנון, השלב הראשון הוא להחליט על קידוד מקור. ניקח לצורך זה קידוד ASCII פשוט, המעניק שמונה ביטים לכל אות, רווח, ספרה או סימן פיסוק. אמנם אין מקודד זה מקודד מקור מוצלח, כי אינו מתקרב למינימום בכמות הביטים הדרוש לייצג את המידע במאה הספרים (ואכן אם דוחס טקסט יצליח לדחוס את כמות הביטים בצורה משמעותית), אבל לפי משפט ההפרדה מסקנות הסעיף הנוכחי אינן תלויות באיכות קידוד המקור.

עכשיו נתחיל לקרוא את הספרים מהאות הראשונה בספר הראשון ועד האות האחרונה בספר האחרון. לכל אות נרשום את ייצוגו בקוד ASCII על דף, ללא רווחים כלשהם. לדוגמה, אם הספר הראשון מתחיל *Once upon a time*, נבדוק ונמצא שהאות *O* מקודדת על ידי ערך 79 בקוד ASCII, ולכן נכתוב מספר זה בייצוג בינארי 01001111, לאחריו נרשום 01110000 כי האות *p* מיוצגת בקוד ASCII ע"י 112, וכך הלאה. לבסוף נקבל שורה ארוכה מאוד של ספרות בינאריות, שהתחלתו מוצגת בתמונה 5.

לאחר גמר רישום כל הסיביות, קידוד המקור מוכן, ועלינו לגשת לעבודת קידוד הערוץ. במקרה זה ה"מודם" יהיה פשוט ביותר. אנחנו נצרף להתחלת סדרת הביטים את הקידומת "0" (כך שבדוגמה שלנו נקבל ... 0.010011101101110) ונקבל את הייצוג הבינארי של מספר הנמצא בין אפס לאחד. עכשיו נשדר לערוץ את אנלוגי קבוע, שתמיד שווה לערך זה. למשל, אם הערוץ הוא מוליך חשמל, נשים באופן קבוע מתח של המספר הזה בוולטים. בצד השני של הערוץ יקבל המקלט את הערך ששלחנו, ומאחר שאין שום רעש הוא יראה את הערך המדוייק. מה על המקלט לעשות כדי לשחזר את תוכנם של כל הספרים? קודם עליו למדוד במדוייק את הערך שהתקבל מהערוץ. אחר כך עליו לרשום את התוצאה בצורה בינארית ולמחוק את הקידומת "0". כדי לסיים את התהליך המקלט מפעיל את פיענוח המקור, שכרוך בחלוקת סדרת הביטים לשמיניות, ובדיקת כל שמינייה בטבלת ASCII. כך מצאנו שעל ידי אות אנלוגי קבוע ניתן להעביר כמות לא מוגבלת של מידע דרך הערוץ!



קידוד ערוץ בערוץ המוסיף רעש אבל אינו מגביל רוחב סרט. מעל כל ביט של מידע שהתקבל ממקודד המקור נראה ערך של אות אנלוגי. בהנחה שהרעש נמוך מאוד, בחרנו ערך אפס עבור ביט 0, ואחד עבור ביט 1.



קידוד ערוץ עבור ערוץ המוסיף רעש ומגביל את רוחב הסרט

אין ספק שיידרש למקלט זמן רב בשביל למדוד בדיוק רב מספיק את הערך שקיבל, אבל האם יש באמת גבול תחתון לזמן מדידה זה? אם נתעלם ממגבלות הנובעות מפיזיקה קוונטית, אין שום סיבה להאמין שהמקלט לא יוכל לבצע את המדידה בזמן קצר כרצוננו. משמעות הדבר שהצלחנו להעביר מידע רב בזמן שאפשר לקצרו ככל שנחפוץ, כלומר אין גבול עליון לקצב העברת המידע בערוץ.

נניח עתה שיש רעש בערוץ, אבל אין מגבלה על רוחב הסרט, כלומר – מותר לאות שנשדר בערוץ להשתנות מהר כרצוננו, והוא עדיין יעבור דרך הערוץ ללא תקלות. שוב נייער באותו מקודד מקור (אין תלות בין מקודד המקור לבין מקודד הערוץ): אבל הפעם לא נתייחס לסידרה הארוכה של ביטים כאל ערך אחד מדוייק, אלא נתייחס לכל ביט וביט בנפרד. נניח שלרעש הקיים בערוץ יש ערך מירבי ידוע, ונבחר בשני ערכים של אות אנלוגי המובדלים ביותר מערך זה. אם נכניס לערוץ אות שברגע נתון שווה לאחד מהערכים שבחרנו, נקבלו בצד השני של הערוץ לאחר הוספת רעש על ידי הערוץ. אבל למרות הוספת הרעש עדיין נוכל לדעת בוודאות איזה ערך מבין השניים שודר, בגלל בחירתנו בערכי אות המורחקים אחד מהשני ביותר מהרעש המירבי.

לדוגמה, נתבונן במקרה החשמלי. נניח שידוע לנו שהרעש אינו מוסיף או מוריד יותר מחצי וולט, אז נוכל לבחור ברמת מתח של אפס לייצג את הביט 0 ושל וולט אחד שיתאים לביט 1. אם ברגע מסויים נרצה להעביר את הביט 1, נשדר בערוץ

וולט אחד. בצדו השני של הערוץ נראה ערך המורכב מהמתח ←

כמה זמן ייקח לשדר N ביטים: בדיוק N שניות – כי כל ביט נשלח במשך שנייה אחת. אבל משום שאין מגבלה של רוחב הסרט, אין סיבה להתמיד בשליחת כל ביט במשך שנייה שלמה. נוכל לחלק את זמן השידור באלף אם נשדר ערכים קבועים במשך אלפית שנייה במקום שנייה, ומשום שהערוץ יעביר את האות ללא עיוות, המקלט עדיין יוכל לשחזר את המידע ללא שגיאות. בעצם אפשר לקצר את זמן השידור כרצוננו, וכך שוב הראינו שאין גבול לקצב העברת המידע בערוץ מסוג זה.

כל הערוצים הפיזיקליים האמיתיים גם מוסיפים רעש וגם מגבילים את רוחב הסרט. לכן, לא נוכל לשדר אות בעל השתנות מהירה מדי (אם נכניס אות כזה לערוץ שום דבר לא ייצא מהצד השני), ולא ערכים מדויקים כרצוננו. לכן בערוצים פיזיקליים-ממשיים יהיה תמיד קצב מירבי.

אם נסמן את היחס שבין האות לרעש ב SNR , מתברר כי עבור ערוץ בעל רוחב סרט W מתקבלת משוואת שאנון לקיבולת ערוץ:

$$C = W \log_2 (SNR + 1)$$

בפרט, משפט קיבולת הערוץ של שאנון מראה את הקשר ההדוק בין רוחב הסרט של ערוץ W לבין הקצב מירבי של מידע ספרתי שניתן להעביר בערוץ C . הביטוי "פס רחב" השגור בפי משתמשי האינטרנט, מצביע על ערוץ גישה המסוגל להעביר את אנלוגי רחב סרט, ומהמשפט נובע שאפשר להעביר דרכו קצב גבוה של מידע ספרתי.

כאשר השתמשו בנוסחה זאת לראשונה מצאו שערוץ טלפון מסוגל להעביר בערך 25 קילוביט לשנייה. במשך שנים מספר זה נחשב דמיוני, אבל לאחר פיתוח שיטות מתוחכמות יותר לאפנון ספרתי הגיעו לבסוף למודמים של 33.6 קילוביט לשנייה. האם הדבר סותר את משוואת שאנון לקיבולת ערוץ? ובכן לא, מה שקרה הוא שהערוצים השתפרו עם הזמן (הרעש ירד ורוחב הסרט שניתן היה לנצל עלה). היום משתמשים במודמי ADSL הפועלים בקצב של מספר מגביטים לשנייה: האם אלה סותרים את המשפט? ובכן, גם במקרה זה התשובה שלילית, משום שאות ה- ADSL אינו עובר דרך הערוץ טלפוני הרגיל בו קיים מגבלת רוחב הסרט חמורה, אלא רק בקטע האחרון שלו (המכונה Subscriber Line, ממנו נגזר השם DSL עבור Digital Subscriber Line) בעל רוחב סרט גדול בהרבה.

מטרתנו היתה להסביר את עדיפות העיבוד הספרתי בעולם של אותות אנלוגיים. נוכחנו שבתנאים מסויימים של רוחב סרט ניתן לייצג אות אנלוגי כאות ספרתי, ואז מתאפשר עיבודו. עקרונות אלה משמשים לא רק בתקשורת, אלא גם לפתרון בעיות בתחומים כגון מכים, ממשק אנוש-מכונה, ציוד רפואי, חקר כדור הארץ, ואפילו מוזיקה.



בתנאים מסויימים של רוחב סרט ניתן לייצג אות אנלוגי כאות ספרתי, ואז מתאפשר עיבודו. עקרונות אלה משמשים לא רק בתקשורת, אלא גם לפתרון בעיות בתחומים כגון מכ"ם, ממשק אנוש-מכונה, ציוד רפואי, חקר כדור הארץ, ואפילו מוזיקה

שיידרנו (וולט אחד) בתוספת הרעש. אבל ערך הסכום מובטח להיות בין חצי וולט (כאשר הרעש מוריד חצי וולט) לבין וולט וחצי (כאשר הרעש מוסיף את הכמות המירבית). כמו כן, אם נרצה להעביר את הביט 0, נשדר בערוץ אפס וולט. בצדו השני של הערוץ נראה ערך המובטח להיות בין מינוס חצי וולט לבין פלוס חצי וולט. בגלל בחירתנו בערכים המורחקים ביותר מהרעש המירבי, אין הרעש יכול לגרום לטעות בזיהוי הערך אליו התכווננו.

עכשיו נתחיל בביט הראשון. שנייה אחר שנייה נשדר ערך של האות המתאים לביט אחד, והמקלט יוכל בכל שנייה למדוד את הערך המתקבל, ולמרות הרעש, לקבוע חד-ערכית את הביט שנשלח. לאחר מכן המקלט מפעיל על הסדרה הארוכה של ביטים את מפענח המקור, בדיוק כמו במקרה הקודם.

לקריאה נוספת

◆ Jonathan (Y) Stein: "Digital Signal Processing, a Computer Science Perspective" John Wiley and Sons, 2000
www.dspscsp.com **כתובת האתר של הספר**

ד"ר יעקב שטיין הוא המדען הראשי של חברת רד תקשורת מחשבים, ומרצה בנושאי DSP ותקשורת. חתן פרס ביטחון ישראל ובעל PhD בפיזיקה עיונית מהאוניברסיטה העברית. שימש פרופסור לאינטליגנציה מלאכותית ורשתות עצבים באוניברסיטת Polytechnic בניו יורק.

הוצאת דביר, תל אביב, 2007

→ תרומה מיוחדת לחיך עזימת אבי